Sommario

2. Fasori spaziali

2.1 I fasori spaziali ed il giunto elettromagnetico

Sia data una macchina rotante isotropa, dotata di un solo avvolgimento rotorico.

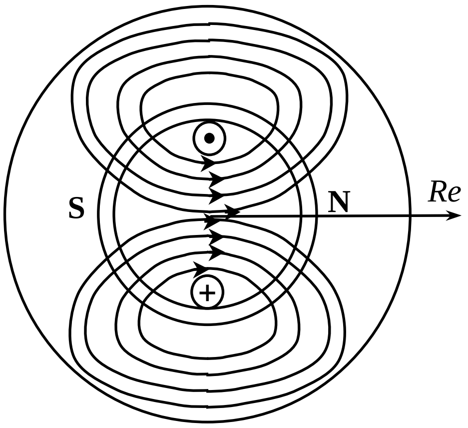

Figura 2-1 Macchina isotropa con rotore alimentato – avvolgimenti concentrati

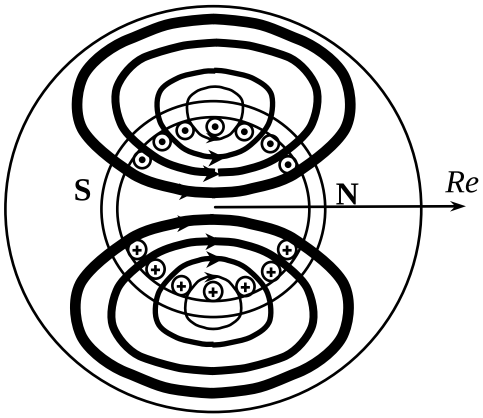

Figura 2-2 Macchina isotropa con rotore alimentato – avvolgimenti distribuiti

Alla corrente che percorre l'avvolgimento di rotore corrisponde una forza magnetomotrice (fmm) al traferro, la quale sostiene un flusso magnetico le cui linee sono rappresentate in Figura 2-1 e Figura 2-2. Il campo magnetico è simile a quello generato da un magnete permanente che possiede un Nord ed un Sud come in figura. La situazione magnetica lungo il traferro avrà un andamento alternato (si veda la linea continua in Figura 2-3 e Figura 2-4)

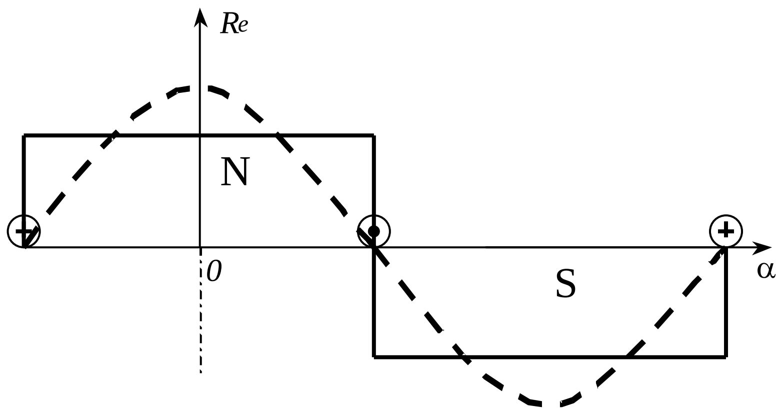

Figura 2-3 Andamento qualitativo della forza magnetomotrice al traferro – avvolgimenti concentrati

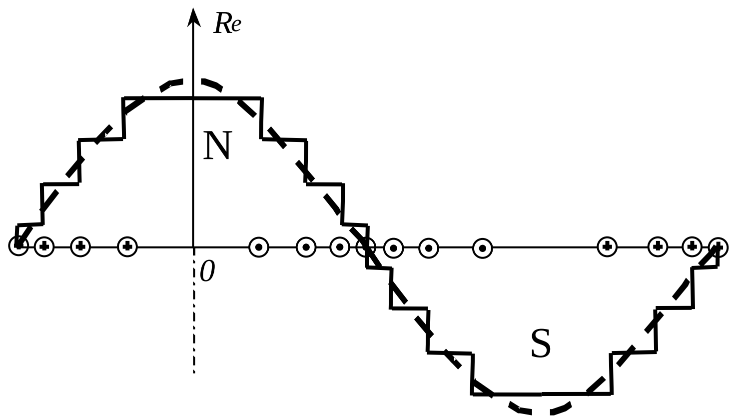

Figura 2-4 Andamento qualitativo della forza magnetomotrice al traferro – avvolgimenti distribuiti sinusoidalmente

Se si considera solo la prima armonica (linea tratteggiata di Figura 2-3 e Figura 2-4) e trascurando le armoniche più elevate, la situazione al traferro è rappresentabile mediante un vettore che presenta la direzione dell'asse polare ed il verso corrispondente al Nord (Figura 2-5).

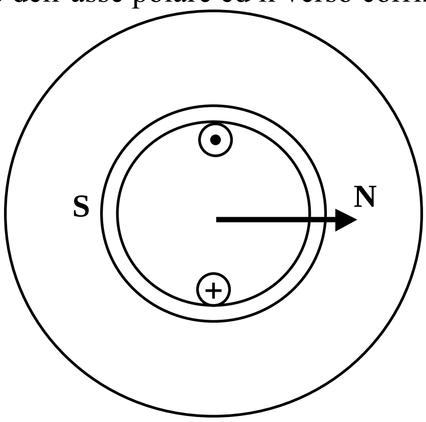

Figura 2-5: Rappresentazione della fmm mediante fasore spaziale

Il fasore spaziale (la cui ampiezza è funzione del tempo) permette di conoscere il valore della grandezza corrispondente in ogni posizione all'interno del traferro ed in ogni istante. Infatti, per conoscere il valore della grandezza in un determinato punto del traferro basta proiettare il fasore nella direzione richiesta. Risulterà che $M(\theta,t) = M(t) \cdot \cos(\theta)$ (Figura 2-6).

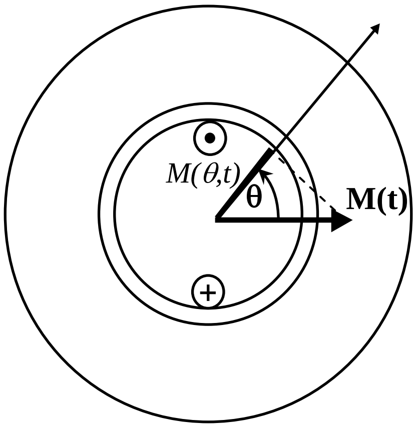

Figura 2-6: Utilizzo del fasore spaziale

Tutte le grandezze elettriche (tensioni e correnti) e magnetiche (fmm e flussi) possono essere rappresentate mediante fasori spaziali, permettendo una facile interpretazione dei fenomeni elettromagnetici.

Il numero di spire N_{sp} con cui viene realizzato l'avvolgimento agisce come in un trasformatore. A parità di fmm e di flusso, un numero maggiore di spire implica un minor valore della corrente ma un più elevato valore del flusso concatenato e quindi della tensione indotta. Il valore della potenza istantanea rimane inalterato.

La distribuzione delle spire nelle cave produce un effetto (fattore di distribuzione) che risulta facilmente analizzabile. Ogni spira diametralmente opposta genera un campo rappresentabile mediante un fasore spaziale. La somma vettoriale dei campi fornisce il campo risultante (si veda Figura 2-7)

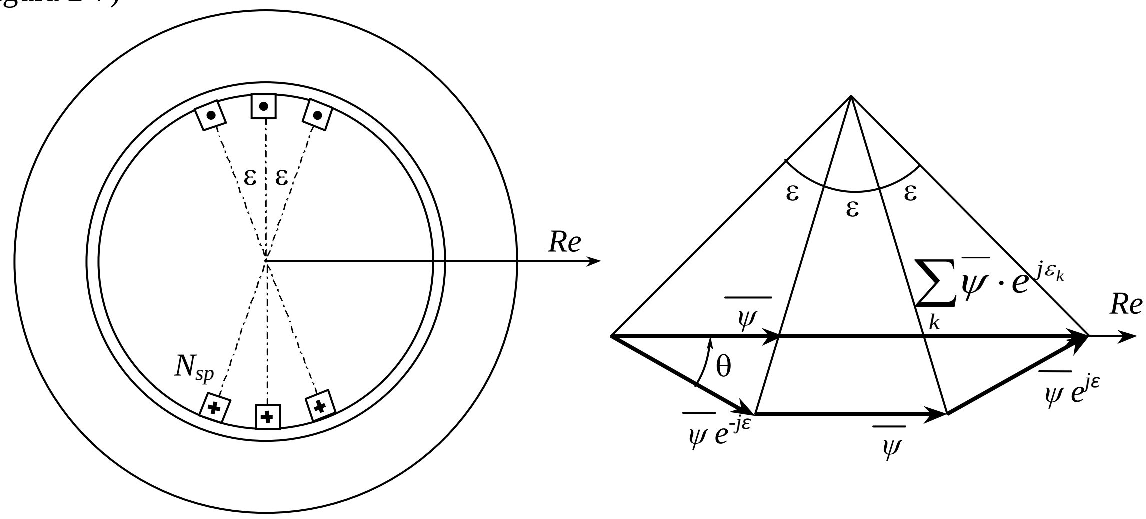

Figura 2-7: Fattore di distribuzione

L'utilizzo dei fasori spaziali permette di ottenere anche una valutazione delle interazioni elettromeccaniche. Infatti, in presenza di avvolgimento anche sullo statore, il campo magnetico di rotore tenderà ad allinearsi al campo di rotore (i due Nord tenderanno a sovrapporsi). In caso contrario nascerà una coppia che avrà una espressione del tipo: $T_e = k \cdot \psi_r \psi_s \sin(\theta)$ (Figura 2-8).

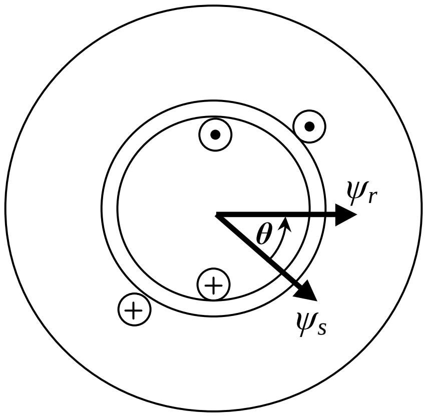

Figura 2-8: Giunto elettromagnetico

Il principio di funzionamento di una buona parte delle macchine elettriche si basa su questo postulato: affinché sussista una coppia è necessario che il campo magnetico di rotore non sia allineato con quello di statore. La massima coppia si ha quando i campi sono ortogonali.
Ora è evidente che per ottenere una coppia costante è necessario che i due campi rimangano sfasati di un angolo costante nel tempo. Ciò sarebbe possibile solo se gli avvolgimenti di rotore e di statore avessero la stessa velocità: in una macchina in corrente continua ciò è permesso dalla presenza del collettore a lamelle; nelle altre macchine non sarebbe possibile. Basta però notare che la presenza di più avvolgimenti nella stessa struttura (ad esempio nello statore) fornisce nuovi gradi di libertà. Il campo magnetico (di statore) viene ottenuto dalla sovrapposizione dei campi generati dai diversi avvolgimenti. Nel caso, ad esempio, di due avvolgimenti sfasati fisicamente di 90°, mediante opportuni valori delle correnti negli avvolgimenti di statore è possibile imporre il valore e la posizione del flusso statorico. Nel caso in cui le correnti siano sinusoidali e sfasate di un quarto di periodo, il campo risultante è rotante a velocità costante e di ampiezza costante (nonostante venga generato da avvolgimenti fissi).
L'espressione del fasore spaziale della corrente in funzione delle due correnti i_a e i_b è la seguente:

$$\bar{i} = (i_a + j \cdot i_b)$$

Viceversa, conoscendo il fasore spaziale è possibile risalire al valore della corrente nell'avvolgimento semplicemente proiettandolo nella direzione dell'asse magnetico corrispondente; ad esempio:

$$i_a = Ra(\bar{i})$$

dove con *Ra* si intende la proiezione del fasore lungo l'asse magnetico della fase "*a*".

Lo stesso effetto si può ottenere utilizzando tre avvolgimenti sfasati meccanicamente di 120° e percorsi da tre correnti sfasate di un terzo di periodo.
E' possibile passare facilmente dalle tre correnti di fase al fasore spaziale della corrente. La formula è la seguente:

$$\bar{i} = (i_a + \bar{\alpha} \cdot i_b + \bar{\alpha}^2 \cdot i_c)$$

dove $\bar{\alpha} = e^{j\frac{2}{3}\pi}$
D'altra parte è possibile, in ogni istante e conoscendo il fasore spaziale e supponendo che la somma delle correnti di fase sia nulla, conoscere il valore della corrente di fase mediante la formula:

$$i_a = \frac{2}{3} Ra(\bar{i})$$

E' consuetudine, però, definire il fasore spaziale nel seguente modo:

$$\bar{i} = \sqrt{\frac{2}{3}}(i_a + \bar{\alpha} \cdot i_b + \bar{\alpha}^2 \cdot i_c)$$

$$i_a = \sqrt{\frac{2}{3}} Ra(\bar{i})$$

o meglio: $i_a = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}(\bar{i}) \quad i_b = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}(\bar{\alpha}^2 \cdot \bar{i}) \quad i_c = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re}(\bar{\alpha} \cdot \bar{i})$

così da mantenere le stesse espressioni della potenza e dell'energia sia nelle grandezze di fase che nei fasori spaziali (Re indica "parte reale").
Il fasore spaziale, come tutti i vettori, è completamente definito da due grandezze: modulo e direzione o attraverso le sue componenti rispetto a due assi ortogonali (sistema di riferimento).

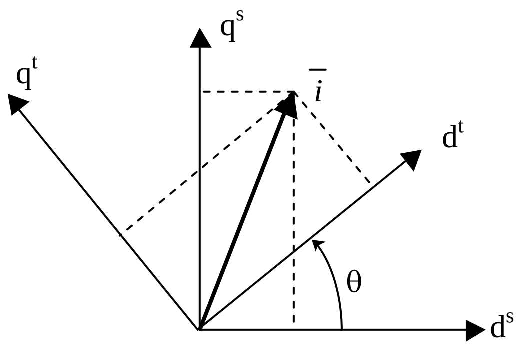

Figura 2-9: Sistema di riferimento

Gli assi del sistema di riferimento vengono comunemente indicati con "d" e "q" (d è l'asse reale mentre q rappresenta l'asse immaginario). Detto i^s il fasore rispetto ad un sistema di riferimento "s", il fasore corrispondente in un sistema di riferimento "t" ruotato rispetto a "s" di un angolo θ vale:

$$\bar{i^t} = \bar{i^s} \cdot e^{-j\theta}$$

Il fasore è sempre lo stesso, ma viene "visto" da punti di osservazione differenti.
L'operazione di derivata di un fasore conduce alla seguente espressione:

$$\frac{d\bar{i^t}}{dt} = \frac{d\left(\bar{i^s} \cdot e^{-j\theta}\right)}{dt} = \frac{d\bar{i^s}}{dt} e^{-j\theta} - j\dot{\theta} \cdot e^{-j\theta} \cdot \bar{i^s} = \left(\frac{d\bar{i^s}}{dt} - j\dot{\theta} \cdot \bar{i^s}\right) \cdot e^{-j\theta}$$