

Sommario

| | | |
|-----------|---|----------|
| 4. | TECNICHE DI MODULAZIONE..... | 1 |
| 4.1 | INTRODUZIONE..... | 1 |
| 4.2 | MODULAZIONE IN ONDA QUADRA | 1 |
| 4.3 | MODULAZIONE DELLA LARGHEZZA D'IMPULSO (PWM) | 5 |
| 4.3.1 | <i>Introduzione</i> | 5 |
| 4.3.2 | <i>Metodo della Sottooscillazione</i> | 6 |
| 4.4 | METODO DEGLI ANGOLI MEMORIZZATI | 14 |
| 4.5 | TECNICA DI MODULAZIONE TRIFASE SPACE VECTOR | 15 |

4. Tecniche di modulazione

(M. Mauri, F. Castelli Dezza)

4.1 Introduzione

In questa memoria verranno descritte le principali tecniche di generazione di forme d'onda nei convertitori a tensione impressa. I circuiti di conversione a tensione impressa realizzano una tensione d'uscita a partire da una linea a corrente continua a bassa impedenza interna. L'elemento di base di questi circuiti è il "ramo" o "gamba" che consente di ottenere un'uscita con valori V_{dc} o 0. Diversi rami compongono circuiti polifasi a ponte che a loro volta possono essere utilizzati per comporre circuiti caratterizzati da un numero di livelli di tensione sempre più alto, proporzionalmente (in linea di principio) alla complessità circuitale. La generazione delle forme d'onda tramite l'utilizzo di determinati livelli di tensione, può essere realizzata essenzialmente in due modi:

1. determinando l'ordine di successione delle transizioni e gli istanti in cui esse devono avvenire;
2. misurando istante per istante lo scostamento di una grandezza, legata alla tensione di uscita, che si vuole debba eseguire un dato andamento, e provocare la transizione quando questo scostamento supera un limite predefinito.

Si intuisce immediatamente che la seconda modalità richiede un sistema di controllo retroazionato mentre il primo è tipico di sistemi in anello aperto. In questa sede si prenderà in considerazione soltanto il primo approccio per la generazione delle forme d'onda.

4.2 Modulazione In Onda Quadra

Considerando un inverter trifase con le convenzioni di Figura 4-1, si ha che l'andamento delle tensioni tra i morsetti 'A', 'B' e 'C' dell'inverter e il morsetto negativo del dc bus 'N' (dette tensioni di fase dell'inverter) hanno l'andamento di Figura 4-2.

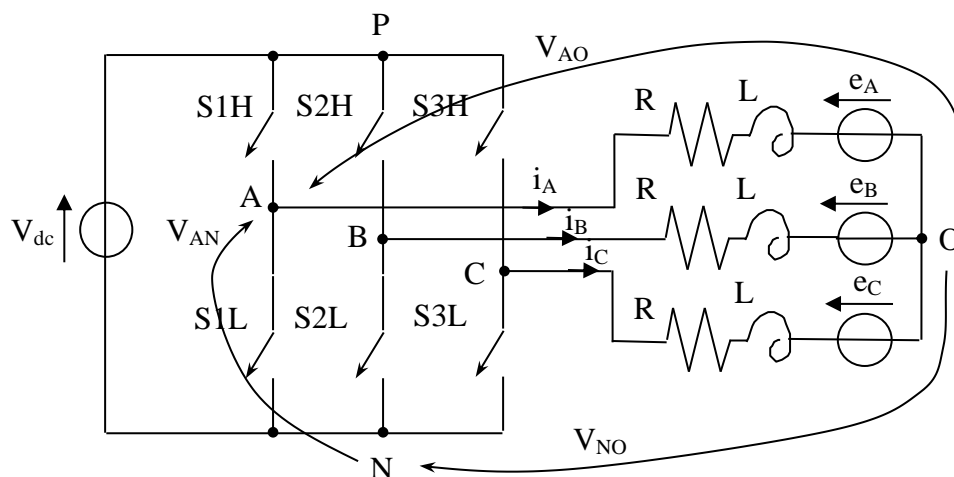


Figura 4-1: Schema di un inverter trifase

Le tensioni sviluppate in serie di Fourier hanno espressione:

$$V_{AN} = \frac{Vdc}{2} + \frac{4}{\pi} \frac{Vdc}{2} \left(\sin(\alpha) + \frac{1}{3} \sin(3\alpha) + \frac{1}{5} \sin(5\alpha) + \dots \right)$$

$$V_{BN} = \frac{Vdc}{2} + \frac{4}{\pi} \frac{Vdc}{2} \left(\sin\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right) + \frac{1}{3} \sin\left[3\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right)\right] + \frac{1}{5} \sin\left[5\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right)\right] + \dots \right)$$

$$V_{CN} = \frac{Vdc}{2} + \frac{4}{\pi} \frac{Vdc}{2} \left(\sin\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) + \frac{1}{3} \sin\left[3\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right)\right] + \frac{1}{5} \sin\left[5\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right)\right] + \dots \right)$$

che si riduce alle seguenti espressioni

$$V_{AN} = \frac{Vdc}{2} + \frac{4}{\pi} \frac{Vdc}{2} \left(\sin(\alpha) + \frac{1}{3} \sin(3\alpha) + \frac{1}{5} \sin(5\alpha) + \dots \right)$$

$$V_{BN} = \frac{Vdc}{2} + \frac{4}{\pi} \frac{Vdc}{2} \left(\sin\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right) + \frac{1}{3} \sin(3\alpha) + \frac{1}{5} \sin\left(5\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) + \dots \right)$$

$$V_{CN} = \frac{Vdc}{2} + \frac{4}{\pi} \frac{Vdc}{2} \left(\sin\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) + \frac{1}{3} \sin(3\alpha) + \frac{1}{5} \sin\left(5\alpha - \frac{2}{3}\pi\right) + \dots \right)$$

dove $\alpha = \omega \cdot t$ e ω è la pulsazione. Quindi le tensioni di fase, riferite al morsetto N, sono formate da una componente continua pari a $Vdc/2$, una fondamentale di pulsazione ω di ampiezza

$V_1 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Vdc}{2}$ e da tutte le sue armoniche k-esime di ordine dispari la cui ampiezza è

$V_k = \frac{1}{k} \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Vdc}{2}$. E' possibile inoltre affermare che la componente fondamentale e le armoniche

di ordine $6 \cdot m + 1$ (con m intero) formano terne dirette, mentre le armoniche di ordine $6 \cdot m - 1$ formano terne inverse e quelle di ordine $6 \cdot m - 3$ formano terne omopolari.

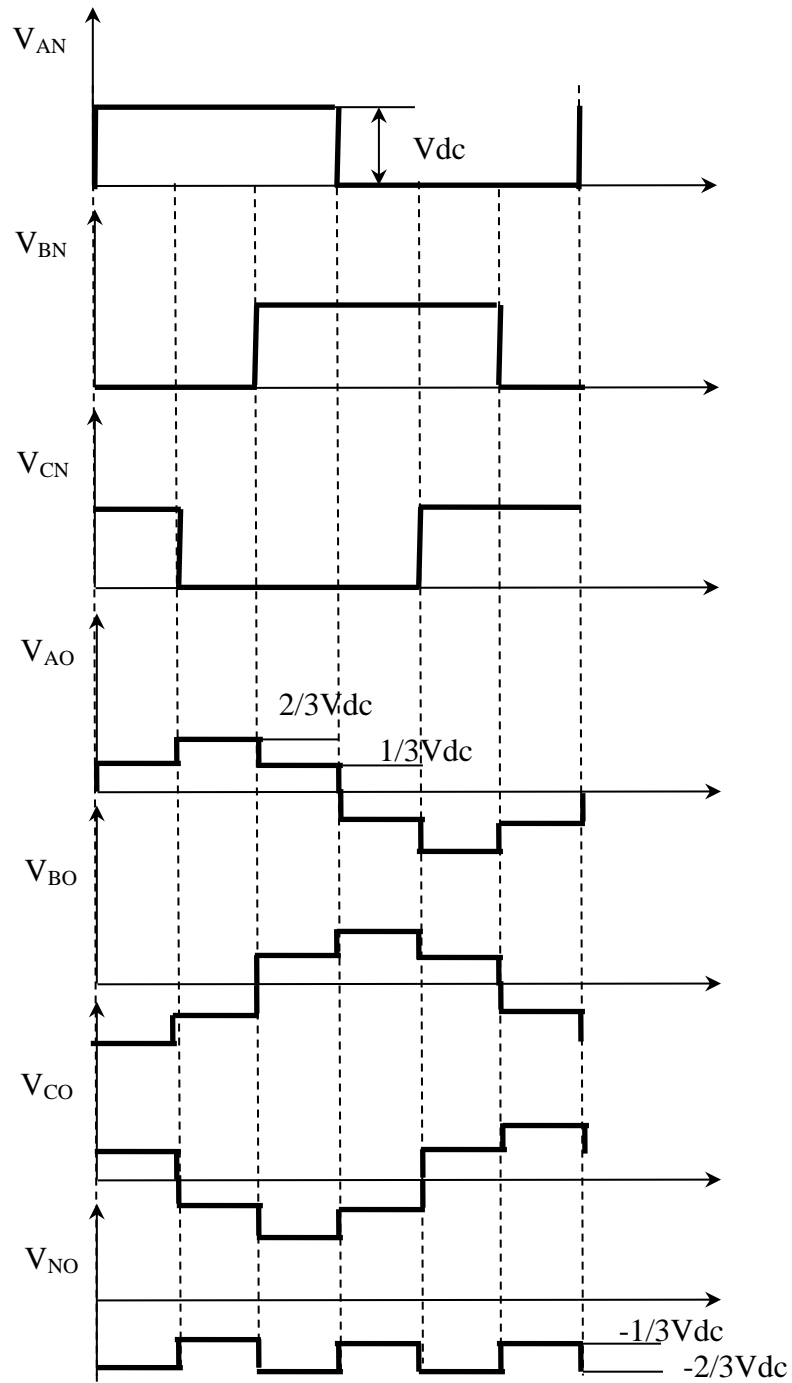


Figura 4-2: Forme d'onda delle tensioni generate da un inverter trifase

Lo spettro della tensione di fase di un inverter in onda quadra è quindi il seguente:

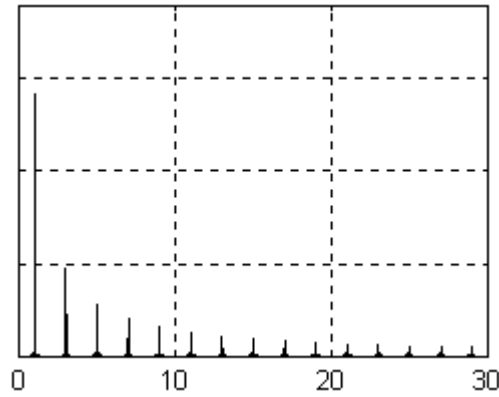


Figura 4-3: spettro tensione di fase inverter

Se ai morsetti è collegato un carico trifase a stella equilibrato, i legami tensioni/correnti risultano:

$$V_{AO} = Ri_A + L \frac{di_A}{dt} + e_A$$

$$V_{BO} = Ri_B + L \frac{di_B}{dt} + e_B$$

$$V_{CO} = Ri_C + L \frac{di_C}{dt} + e_C$$

Se il centro stella è isolato (somma delle correnti nulla), oppure il collegamento è a triangolo, e se le tre tensioni e_x sono sinusoidali, di medesima ampiezza e frequenza e sfasate tra loro di 120° (quindi a somma nulla), risulta che la somma delle tensioni di fase riferite al centro stella del carico è nulla:

$$V_{AO} + V_{BO} + V_{CO} = R(i_A + i_B + i_C) + L \frac{d(i_A + i_B + i_C)}{dt} + e_A + e_B + e_C = 0$$

D'altra parte, per la legge di Kirchhoff alle maglie risulta:

$$V_{AO} = V_{AN} + V_{NO}$$

$$V_{BO} = V_{BN} + V_{NO}$$

$$V_{CO} = V_{CN} + V_{NO}$$

quindi

$$V_{NO} = -\frac{1}{3}(V_{AN} + V_{BN} + V_{CN})$$

$$V_{NO} = -\frac{V_{dc}}{2} - \frac{1}{3} \frac{4 V_{dc}}{\pi} \left(\sin(3\alpha) + \frac{1}{3} \sin(9\alpha) + \dots \right)$$

e ha andamento come in Figura 4-2. Essa è composta da tutte le armoniche multiple di tre presenti nelle tensioni di fase. Le tensioni riferite al centro stella del carico si ottengono sommando V_{NO} alle tensioni di fase dell'inverter (riferite al meno del dc bus).

$$V_{AO} = \frac{4 V_{dc}}{\pi} \frac{1}{2} \left(\sin(\alpha) + \frac{1}{5} \sin(5\alpha) + \frac{1}{7} \sin(7\alpha) + \dots \right)$$

$$V_{BO} = \frac{4 V_{dc}}{\pi} \frac{1}{2} \left(\sin\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right) + \frac{1}{5} \sin\left(5\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) + \frac{1}{7} \sin\left(7\alpha - \frac{2}{3}\pi\right) + \dots \right)$$

$$V_{CO} = \frac{4 V_{dc}}{\pi} \frac{1}{2} \left(\sin\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) + \frac{1}{5} \sin\left(5\alpha - \frac{2}{3}\pi\right) + \frac{1}{7} \sin\left(7\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) + \dots \right)$$

Il loro andamento è rappresentato in Figura 4-2.

4.3 Modulazione della larghezza d'impulso (PWM)

4.3.1 Introduzione

In questo paragrafo verranno introdotti il concetto di modulazione della larghezza d'impulso (PWM) della tensione d'uscita di un inverter e verranno illustrate le principali tecniche di PWM quali la sottooscillazione e il metodo degli angoli memorizzati. Verranno quindi esposte le principali varianti al metodo della sottooscillazione.

La tecnica della modulazione della larghezza d'impulso, fornisce una soluzione ai principali problemi che si incontrano col funzionamento in onda quadra quali la presenza di armoniche di elevata ampiezza a bassa frequenza nella forma d'onda della tensione d'uscita e conseguenti correnti assai distorte e relativi effetti collaterali indesiderati che possono essere di elevata portata.

Questa tecnica consiste nel frazionare l'onda quadra con impulsi di larghezza variabile cercando di approssimare un andamento sinusoidale col valor medio variabile degli impulsi. Da cui il nome "Pulse Width Modulation" o 'PWM'. Diversamente da quanto accade nell'onda quadra, modulando opportunamente gli impulsi, si ha che le armoniche di ampiezza maggiore sono a frequenza molto più elevata della fondamentale. Questa situazione è particolarmente favorevole in quanto, nel caso di carico con componente induttiva (ad esempio motori), una tensione PWM produce una corrente pressoché sinusoidale data l'energica azione di filtro passa-basso del circuito RL. La presenza di buchi nella forma d'onda della tensione di uscita consente inoltre di variare l'ampiezza della componente fondamentale senza dover variare la tensione continua che alimenta l'inverter. Da ciò si deduce che l'alimentazione dell'inverter può essere realizzata semplicemente con un ponte a diodi senza la necessità di ricorrere a un ponte controllato con vantaggio economico spesso rilevante. In definitiva con questa tecnica si hanno i seguenti molteplici vantaggi:

1. Una semplificazione della sezione di potenza dell'azionamento.
2. Una sensibile riduzione della potenza reattiva e distorcente in rete rispetto al caso di alimentazione con raddrizzatore controllato a tiristori.
3. Un minor ritardo nella risposta della sezione di potenza ad un comando di tensione, con benefici sulle prestazioni dinamiche dell'azionamento (il ritardo è valutabile a metà del periodo medio degli impulsi).

Gli svantaggi rispetto al funzionamento in onda quadra sono:

1. L'elevato numero di commutazioni nel periodo e il conseguente aumento delle perdite di commutazione.
2. Utilizzo di dispositivi a semiconduttore a commutazione forzata.
3. Il circuito di comando risulta inevitabilmente più complesso.

Il numero delle commutazioni deve ovviamente essere il più alto possibile compatibilmente coi limiti imposti dai circuiti di commutazione delle valvole, dalle perdite ammissibili e per riflesso dal rendimento ammesso dell'azionamento.

Per la scelta della posizione delle commutazioni esistono numerose tecniche di cui le seguenti due sono le fondamentali:

1. 'Metodo della sottooscillazione': le commutazioni avvengono in corrispondenza delle intersezioni di due segnali a frequenza diversa; è una tecnica essenzialmente analogica, ma che ha trovato facile implementazione nelle periferiche dei microcontrollori.
2. 'Metodo degli angoli di commutazione memorizzati': gli istanti di commutazione sono calcolati mediante procedimenti analitici intesi a conseguire determinate prestazioni dal sistema inverter-motore (ad esempio la minima distorsione di corrente); è una tecnica essenzialmente digitale, anche se non di immediata implementazione sui microcontrollori.

4.3.2 Metodo della Sottooscillazione

Con questo metodo le commutazioni delle tensioni di fase di un inverter sono fatte coincidere con le intersezioni di due terne di segnali di frequenza diversa. La terna a frequenza minore è detta modulante mentre quella a frequenza maggiore è detta portante. Lo scopo è quello di ottenere una tensione che, pur assumendo solo i due valori V_{dc} e 0 (dove con V_{dc} viene indicata la tensione del DC bus), abbia uno spettro alle basse frequenze, identico a quello della modulante a parte l'ampiezza. Per basse frequenze si intende un intervallo di frequenza dalla continua a una frequenza intermedia tra la frequenza della modulante e quella della portante. Da ciò risulta naturale utilizzare come modulante una sinusoide di frequenza pari alla fondamentale che si desidera ottenere. Come già evidenziato, la frequenza della portante deve essere la più alta possibile. La forma d'onda più utilizzata per la portante è la triangolare. Esistono comunque tecniche di modulazione che prevedono modulanti e portanti diverse da quella sopra esposta. Questa tecnica è tipicamente analogica in quanto basata sull'elaborazione di segnali analogici. L'impiego di circuiti digitali e in particolare dei microprocessori e dei processori di segnali (DSP) nella realizzazione di questa tecnica, si sta però affiancando all'ormai consolidata realizzazione più diretta tramite circuiti analogici; nei microcontrollori vengono realizzati, a livello hardware, periferiche capaci di gestire in modo autonomo un PWM trifase.

4.3.2.1 La Sottooscillazione Sinusoidale

La sottooscillazione sinusoidale è la tecnica maggiormente utilizzata e vede l'impiego di tre modulanti sinusoidale (una per ogni fase) e di una portante triangolare. I segnali impiegati e la tensione modulata relativi ad una fase, sono riportati in Figura 4-4.

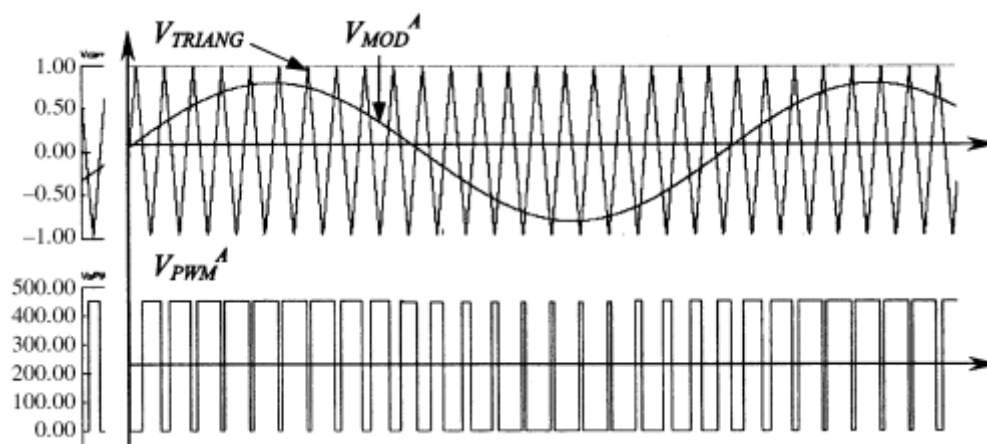


Figura 4-4: Modulazione a sottooscillazione sinusoidale

La tensione assume valore positivo quando la sinusoide è maggiore della triangolare e nullo nel caso contrario. Se ad esempio si volesse ottenere la V_{AN} , la modulazione si ottiene comandando sia in apertura che in chiusura (in modo complementare) gli interruttori della gamba A (vedi Figura 4-1).

Indicando con V_{max} , ω_m e f_m rispettivamente il valore massimo, la pulsazione e la frequenza della modulante, e con V_{pk} , ω_p e f_p le analoghe grandezze riferite alla portante, è possibile definire i seguenti parametri caratteristici della modulazione sinusoidale:

$$\text{indice di modulazione } m_a = \frac{V_{max}}{V_{pk}}$$

$$\text{rapporto tra le frequenze } m_f = \frac{\omega_p}{\omega_m} = \frac{f_p}{f_m}$$

fase del seno φ .

E' necessario che il triangolo della portante e la sinusoide della modulante si intersechino due e solo due volte per ogni periodo della portante, una volta in fase ascendente e l'altra in fase discendente del triangolo. Ciò avviene se l'ampiezza della portante è maggiore (o uguale) dell'ampiezza della modulante e se la pendenza dei fronti è maggiore del valore massimo della derivata dell'onda sinusoidale. Queste condizioni si traducono in:

$$m_a < 1 \text{ e } m_f > \pi \cdot \frac{m_a}{2}$$

Si dimostra che, sotto queste condizioni la tensione modulata ha la seguente equazione (tolto il valore medio $V_{dc}/2$):

(4-1)

$$V_{PWM}(\alpha) = m_a \cdot \frac{V_{dc}}{2} \cdot \sin(\alpha + \varphi) + \frac{4}{\pi} \cdot \frac{V_{dc}}{2} \cdot \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r} \cdot \left(\sum_{q=-\infty}^{+\infty} J_q \cdot (r \cdot \pi \cdot \frac{m_a}{2}) \cdot S(q+r) \cdot \sin[(r \cdot m_f + q) \cdot \alpha + q] \right)$$

dove $S(q+r)$ è data da:

$$S(q+r) = \begin{cases} 0 & r+q \text{ pari} \\ 1 & r+q \text{ dispari} \end{cases}$$

e J_q è la funzione di Bessel ¹di ordine q.

Dall'equazione (4-1) si deduce che:

1. La tensione modulata è composta da infiniti termini di pulsazione $(r \cdot \omega_p + q \cdot \omega_m)$ oltre a quello dato dalla fondamentale di pulsazione ω_s (r intero positivo e q intero).
2. Si considerino gruppi di termini caratterizzati dallo stesso valore di r . I termini di ogni gruppo sono disposti simmetricamente rispetto alla pulsazione $r \cdot \omega_p$, multipla intera della

¹ Le funzioni di Bessel sono soluzioni della seguente equazione differenziale nella variabile x:

$$x^2 \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} + x \cdot \frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2) \cdot y = 0 \text{ dove } n \text{ è un numero reale. In particolare l'equazione scritta}$$

ammette due soluzioni: $y = J_n(x)$ e $y = J_{-n}(x)$. Per n intero

$$\Rightarrow J_n = \sum_{K=0}^{\infty} \frac{(-1)^K}{K! (K+n)!} \cdot \left(\frac{z}{2}\right)^{2K+n} \quad \forall z = x + jy \in \mathbb{C}$$

pulsazione della portante. Ogni gruppo contiene termini di valore finito, la cui ampiezza è inversamente proporzionale ad r e direttamente a $J_q \cdot (r \cdot \pi \cdot \frac{m_a}{2})$ alternati a termini nulli.

3. L'ampiezza dei termini non nulli decresce al crescere di q . In ogni gruppo è quindi individuabile una banda utile centrata in $r \cdot \omega_p$ oltre la quale i termini sono di ampiezza trascurabile. Il gruppo con $r = 1$ ha la banda più stretta ma anche i termini di ampiezza maggiore. Al crescere di r , i gruppi hanno bande più ampie ma termini di ampiezza minore.

4. La fase dei vari termini è proporzionale a q , indipendentemente dal gruppo di appartenenza.

Naturalmente lo spettro di una tensione modulata sinusoidalmente si ottiene componendo i vari termini dello sviluppo. Il risultato è condizionato dal fatto che P sia razionale o irrazionale.

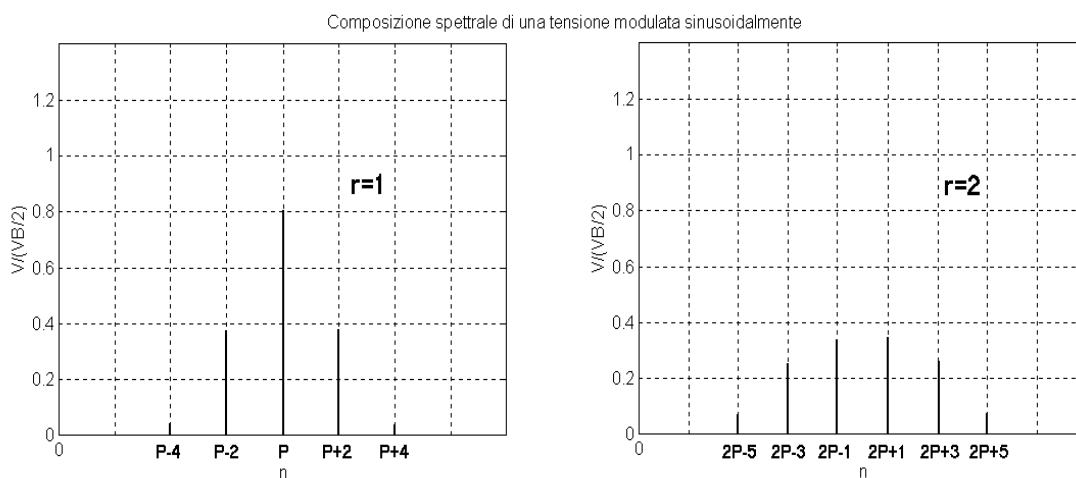


Figura 4-5: Composizione spettrale di una tensione modulata sinusoidalmente

Una modulazione con m_f razionale è detta sincrona e produce una tensione PWM periodica. Viceversa una modulazione con m_f irrazionale è detta asincrona e produce una tensione aperiodica.

Se m_f è intero si riconosce immediatamente che le armoniche hanno pulsazione $n \cdot \omega_m$ con n intero e ampiezza data dalla somma vettoriale di un numero infinito di termini. In particolare, alla determinazione della generica armonica di ordine n , concorrono i termini per i quali vale la:

$$(4-2) \quad r \cdot m_f + q = n$$

Per $n = 1$ va inoltre aggiunto il primo termine dello sviluppo (4-1). Dato che la (4-2) ammette soluzione anche per $n = 0$, si ha la presenza anche di una componente continua. Considerazioni analoghe valgono per m_f razionale. Se m_f è irrazionale, ogni termine costituisce un'armonica. In tal caso esistono anche subarmoniche di ampiezza consistente. Per evitare le subarmoniche, occorre tenere m_f sufficientemente grande in modo da rendere trascurabile l'ampiezza dei termini di pulsazione minore di ω_m . Valutando la (4-1) con $m_f > 9$, si ha che il contributo delle subarmoniche e della continua è inferiore all' 1% della componente fondamentale. In ogni caso le subarmoniche sono assenti nel caso di m_f intero dispari oppure di m_f intero pari e $\varphi = 0$. Con $m_f > 9$ inoltre le bande utili dei primi due gruppi non si sovrappongono e si ha che la componente fondamentale coincide con il primo termine della (4-1) $V_1 = m_a \cdot \frac{V_{dc}}{2}$ a meno di un errore del 5%.

Il risultato è una dipendenza lineare tra indice di modulazione m_a e componente fondamentale V_1 . Quindi l'ampiezza della fondamentale è regolabile agendo sull'ampiezza della modulante.

Nella figure seguenti vengono riportati gli spettri della tensione di una fase di un inverter trifase e di una tensione concatenata.

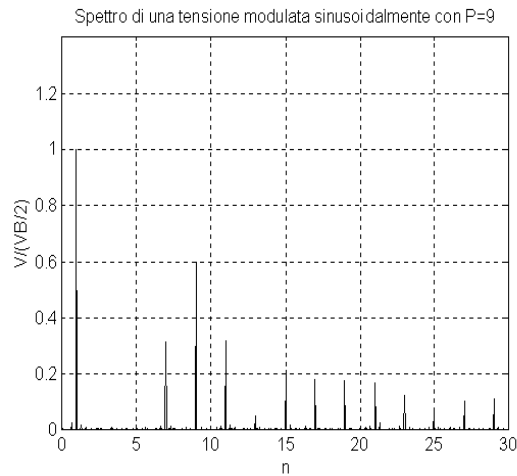


Figura 4-6: Spettro di una tensione modulata sinusoidalmente con P=9

Se si confronta lo spettro ottenuto con la modulazione PWM con sottooscillazione sinusoidale e lo spettro relativo al funzionamento in onda quadra, si denota uno spostamento del contenuto armonico verso le frequenze più alte. Nel campo di frequenze tra f_m e f_p le armoniche più significative sono quelle a frequenza f_p e $f_p \pm 2 f_m$

Nel caso monofase, utilizzando un ponte ad H, la modulazione della larghezza di impulsi può essere ottenuta sia in circuiti a tre livelli che in circuiti a due livelli come evidenziato in Figura 4-7.

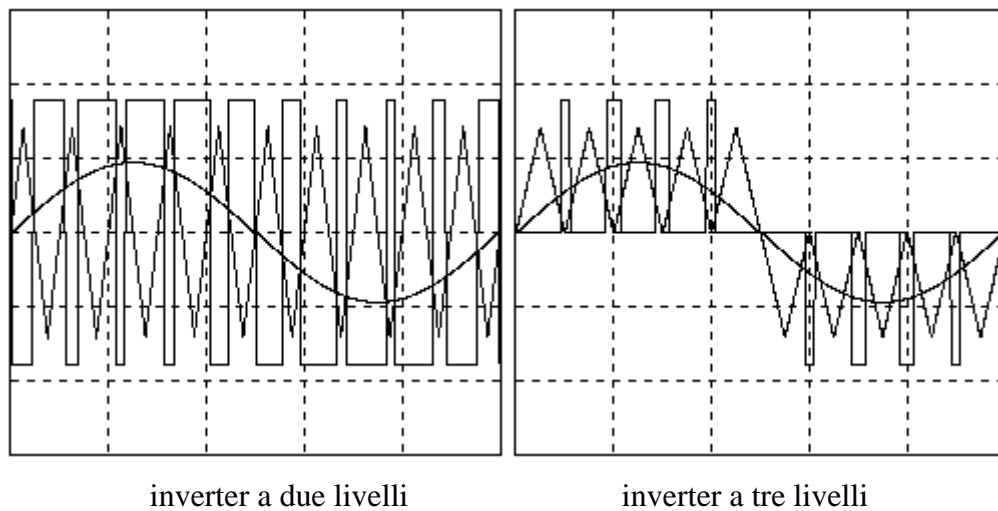


Figura 4-7: Confronto tra inverter a due o tre livelli

Naturalmente nel caso di sistema a tre livelli, si segue più fedelmente la modulante riducendo notevolmente il numero delle armoniche alle basse frequenze. Il vantaggio del tre livelli può essere sfruttato ogniqualvolta la struttura sia costituita da un ponte ad H.

Un sistema trifase di tensioni modulate sinusoidalmente si ottiene da una terna di segnali modulanti sinusoidali e da una unica portante triangolare.

Assumendo la (4-1) come equazione della tensione V_{AN} dell'inverter, le espressioni delle altre due tensioni si ottengono sostituendo a φ , $(\varphi - \frac{2 \cdot \pi}{3})$ e $(\varphi - \frac{4 \cdot \pi}{3})$, rispettivamente per V_{BN} e V_{CN} .

Analizzando le tre equazioni così ottenute, si deduce che ogni termine fa parte di una terna trifase che, indipendentemente da r , è diretta se $q = 3 \cdot m + 1$ (con m intero qualunque), inversa se $q = 3 \cdot m - 1$ o omopolare se $q = 3 \cdot m$. Per m_f intero, una terna generica di armoniche è composta da terne di termini di tutte le sequenze. Quando le tensioni si combinano per dare le tensioni concatenate o stellate, le terne omopolari spariscono e solo le terne dirette e inverse contribuiscono a formare le terne armoniche. Risulta quindi che l'ampiezza delle armoniche concatenate è $\sqrt{3}$ l'ampiezza delle armoniche di fase depurate dai termini omopolari, mentre quella delle armoniche stellate è uguale.

4.3.2.2 Miglioramenti alla tecnica della sottooscillazione

(facoltativo)

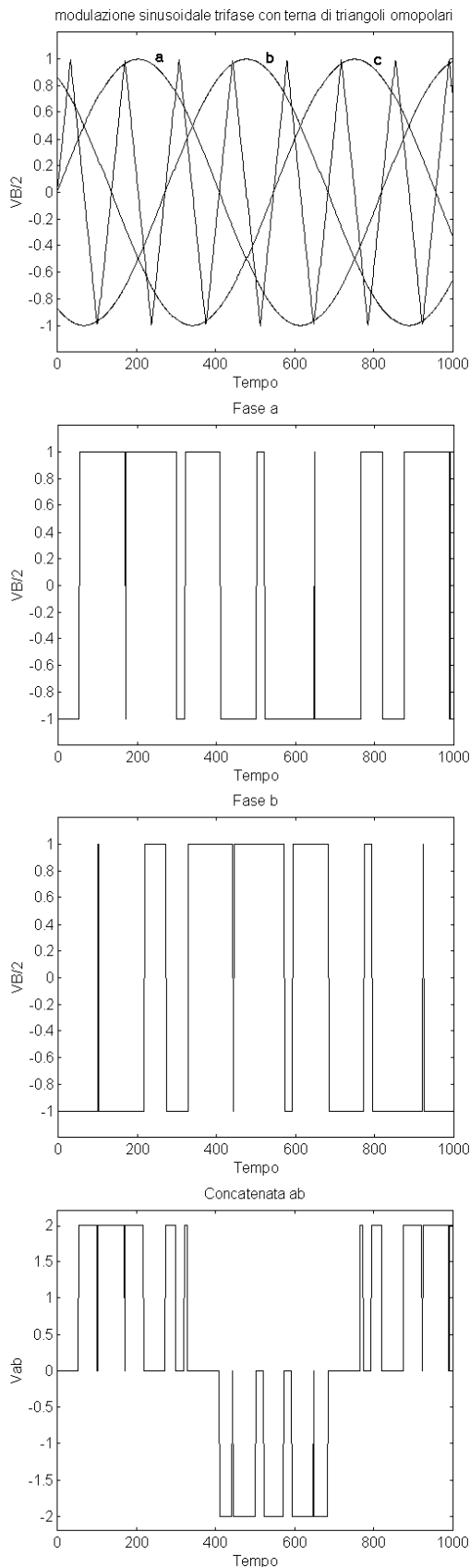


Figura 4-8

Pur lavorando a bassi valori di m_f , è possibile apportare degli accorgimenti in grado di migliorare il contenuto armonico. Una tecnica che consente ciò è quella denominata ‘modulazione uniforme’ in cui gli istanti di inversione non avvengono in corrispondenza delle intersezioni della portante con la modulante, ma in corrispondenza delle intersezioni con un segnale ottenuto dalla modulante ‘tenendo’ il valore che essa assume all’inizio di ogni periodo della portante per tutta la durata del periodo stesso.

Da qui il nome di modulazione uniforme o regolare (le altre tecniche vengono invece dette a ‘modulazione naturale’). Lo spettro di una tensione modulata uniformemente, pur avendo struttura a gruppi essenzialmente simile a quella della modulazione sinusoidale ‘naturale’, si differenzia per:

1. Al posto del primo termine della (1) compare un gruppo con $r = 0$ e q intero positivo. Il primo termine di questo gruppo ($q=1$) fornisce la componente fondamentale della tensione PWM a meno del contributo degli altri gruppi.
2. L’ampiezza dei termini di un gruppo non dipende più solo da m_a e q ma anche da m_f . In particolare anche la componente fondamentale dipende da m_a e m_f ed inoltre non è più direttamente proporzionale a m_a .
3. I termini di un gruppo non sono più alternativamente di ampiezza finita e nulli, ma sono tutti di ampiezza finita. Tuttavia l’ampiezza dei termini laterali è assai minore rispetto al caso di modulazione naturale, come conseguenza della disposizione uniforme degli impulsi.

E’ possibile funzionare con valori di $m_f = 4, 5$ senza che insorgano subarmoniche di ampiezza significativa.

Sostanzialmente i vantaggi della tecnica di modulazione mediante sottooscillazione risiedono nella semplicità di progetto, dato che esiste linearità tra ampiezza della modulante e quello della componente fondamentale (tranne nel caso di modulazione uniforme), e nella semplicità di realizzazione dato che vi è la possibilità di implementare direttamente con circuiti analogici. Lo svantaggio fondamentale è l’alto numero di commutazioni necessario per ottenere spettri soddisfacenti.

4.3.2.3 Altre tecniche di Sottooscillazione

Una tecnica alternativa alla modulazione sinusoidale e di più semplice realizzazione circuitale consiste nel creare buchi di tensione equidistanti e di uguale larghezza nell'onda quadra. Questa forma d'onda è facilmente ottenibile adottando una modulante rettangolare con m_f intero e dispari. Questa tecnica consente di regolare l'ampiezza della componente fondamentale di tensione, ma non produce nessun miglioramento del contenuto armonico rispetto all'onda quadra modulata.

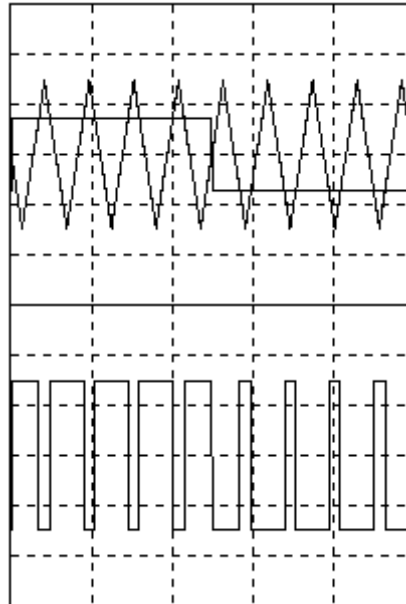


Figura 4-9: frazionamento semplice

Un'altra tecnica di semplice realizzazione utilizza una portante a dente di sega e modulante sinusoidale. La tensione risultante presenta dei buchi equidistanti ma modulati in larghezza. Il suo spettro a gruppi è simile a quello della modulazione sinusoidale ma è caratterizzato da ampiezze maggiori (vedi Figura 4-10).

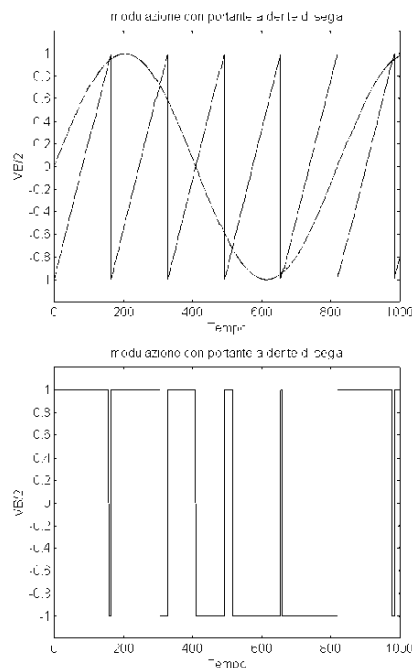


Figura 4-10: Modulazione con portante a dente di sega

Nel funzionamento in onda quadra l'ampiezza massima della componente fondamentale è $4/\pi \cdot V_{dc}/2 \approx 1.27 \cdot V_{dc}/2$ mentre nella modulazione sinusoidale è al più $V_{dc}/2$. Un modo per ovviare a questa minore utilizzazione delle potenzialità dell'inverter, senza peggiorare il contenuto armonico, consiste nell'aggiungere una componente di terza armonica alla modulante. In questo modo la sinusoide (componente fondamentale del segnale modulante) può superare la portante senza che l'ampiezza complessiva della modulante ecceda quella della portante.

Si faccia riferimento alla Figura 4-11.

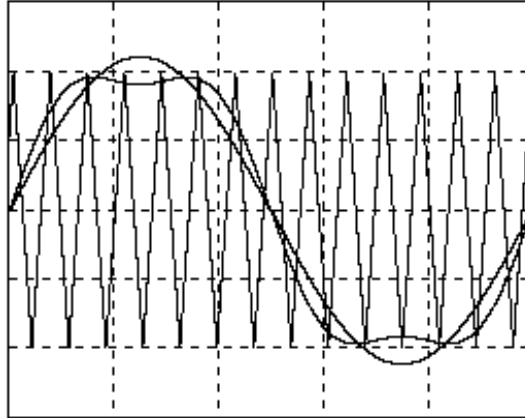


Figura 4-11: Modulante sinusoidale con terza armonica

Si può dimostrare che, se la terza armonica ha ampiezza pari a $1/6$ dell'ampiezza della prima armonica della modulante, quando il valore massimo della modulante raggiunge il valore di picco della portante (al limite della zona lineare, al di sotto della zona di sovrarmodulazione), l'ampiezza della prima armonica vale $2/\sqrt{3} \cdot V_{max}$ a cui corrisponde un valore di V_1 pari a $2/\sqrt{3} \cdot V_{dc}/2 \approx 1.15 \cdot V_{dc}/2$ (la terza armonica compare solo nelle tensioni tra fase o meno del dc bus, ma non nelle tensione di fase (tra fase o centro stella)).

Un'altra possibile soluzione al problema consiste nel 'sovrarmodulare' ossia portare l'indice di modulazione m_a a valori superiori a 1. In conseguenza a ciò si ha una progressiva eliminazione di 'buchi' dalla tensione modulata a partire da quelli al centro dei semiperiodi.

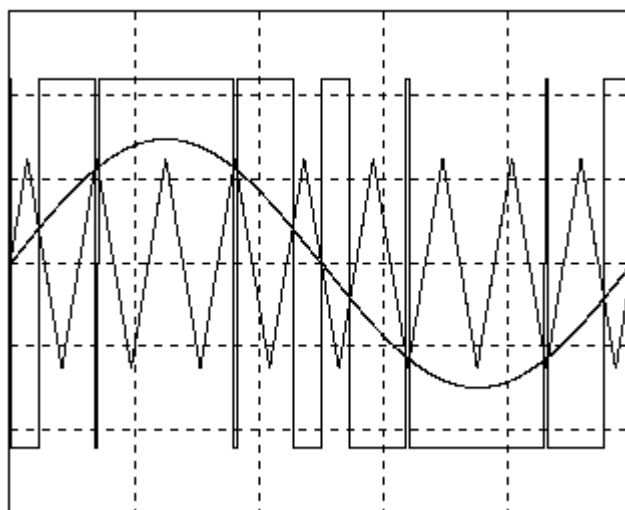


Figura 4-12: esempio di sovrarmodulazione

Gli svantaggi di questa tecnica sono la non linearità tra variazione di ampiezza della modulante e variazione della componente fondamentale della tensione in uscita e la presenza sia di armoniche a bassa frequenza che di subarmoniche anche con alti valori di m_f . Al limite, tale tecnica, porta al funzionamento in onda quadra.

4.4 Metodo degli Angoli Memorizzati

(facoltativo)

Questa tecnica si basa sul presupposto che esiste una relazione matematica univoca tra l'ampiezza della fondamentale e delle varie armoniche e gli angoli di commutazione $\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_N$. Nel caso di un sistema a due livelli di tensione (ad esempio un ramo di un ponte), supponendo di realizzare una disposizione degli impulsi simmetrica e speculare, l'ampiezza della generica armonica di ordine k vale, nel caso di circuiti a due livelli ed avendo tolto il valore medio $V_{dc}/2$:

$$V_k = \frac{1}{k} \frac{4}{\pi} \frac{V_{dc}}{2} [1 - 2 \cos(k\alpha_1) + 2 \cos(k\alpha_2) - 2 \cos(k\alpha_3) \dots 2 \cos(k\alpha_N)]$$

mentre nel caso di circuiti a tre livelli:

$$V_k = \frac{1}{k} \frac{4}{\pi} \frac{V_{dc}}{2} [\cos(k\alpha_1) - \cos(k\alpha_2) + \cos(k\alpha_3) \dots \cos(k\alpha_N)]$$

dove si è utilizzata la simbologia specificata nella seguente Figura 4-13 e Figura 4-14.

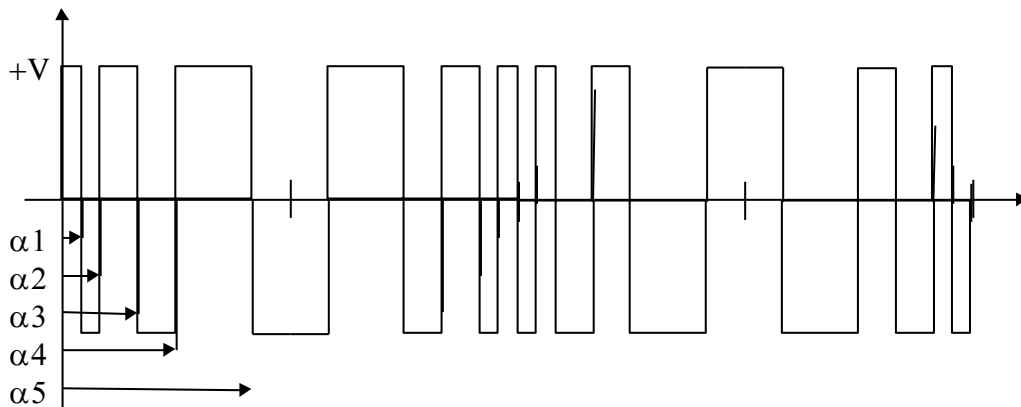


Figura 4-13: circuiti a due livelli

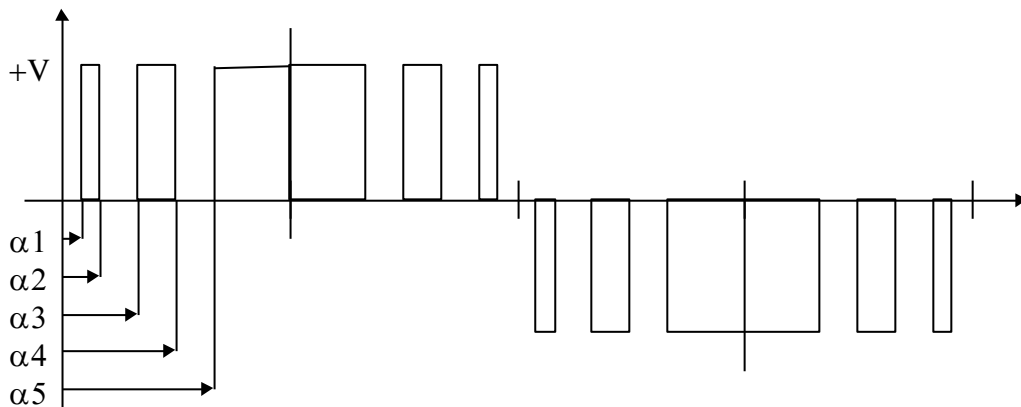


Figura 4-14: circuiti a tre livelli

Considerando gli angoli di commutazioni come variabili, è possibile scrivere un sistema di equazioni trigonometriche.

In particolare, nel caso di circuiti a due livelli ottengo:

$$1 - 2 \cdot \cos(\alpha_1) + 2 \cdot \cos(\alpha_2) - 2 \cdot \cos(\alpha_3) + \dots + 2 \cdot \cos(\alpha_N) = A \cdot \frac{\pi}{4}$$

$$1 - 2 \cdot \cos(n_0 \cdot \alpha_1) + 2 \cdot \cos(n_0 \cdot \alpha_2) - 2 \cdot \cos(n_0 \cdot \alpha_3) + \dots + 2 \cdot \cos(n_0 \cdot \alpha_N) = 0$$

$$1 - 2 \cdot \cos(n_1 \cdot \alpha_1) + 2 \cdot \cos(n_1 \cdot \alpha_2) - 2 \cdot \cos(n_1 \cdot \alpha_3) + \dots + 2 \cdot \cos(n_1 \cdot \alpha_N) = 0$$

$$1 - 2 \cdot \cos(n_2 \cdot \alpha_1) + 2 \cdot \cos(n_2 \cdot \alpha_2) - 2 \cdot \cos(n_2 \cdot \alpha_3) + \dots + 2 \cdot \cos(n_2 \cdot \alpha_N) = 0$$

$$1 - 2 \cdot \cos(n_k \cdot \alpha_1) + 2 \cdot \cos(n_k \cdot \alpha_2) - 2 \cdot \cos(n_k \cdot \alpha_3) + \dots + 2 \cdot \cos(n_k \cdot \alpha_N) = 0$$

dove:

α generico angolo soluzione del mio sistema (dove dovrò commutare le mie valvole);

n_k l'ordine dell'armonica k-esima che voglio elidere;

N è pari al numero di equazioni nel sistema: ogni α è un'incognita e il numero delle incognite, affinché il sistema sia determinato e risolubile, deve essere uguale al numero di equazioni linearmente indipendente;

A ampiezza dell'armonica fondamentale.

La prima equazione consente di imporre l'ampiezza della fondamentale (parametro A), mentre le seguenti hanno lo scopo di annullare l'ampiezza di una armonia. Ciascuna equazione aggiunge un istante di accensione o di spegnimento in un quarto di periodo, quindi quattro commutazioni in un periodo. Questo risulta essere molto importante ai fini della scelta della frequenza di commutazione:

Indicando con n ($=N-1$) il numero massimo delle armoniche che riescono ad elidere, con f_{\max} la massima frequenza imposta dalle valvole o dal microcontrollore e con f_1 la frequenza della prima armonica, ottengo:

$$n = \frac{f_{\max}}{4f_1} - 1$$

Il sistema non è lineare e quindi risolubile solo con metodi numerici. Nelle realizzazioni pratiche, gli istanti di transizione non vengono calcolati in tempo reale in quanto ciò comporterebbe un tempo di calcolo eccessivo, ma si preferisce precalcolarli e memorizzarli in tabella. Eventuali valori intermedi tra due valori di tensione precalcolati possono essere ottenuti per interpolazione. Diversamente è possibile calcolare, per ogni valore della fondamentale, i valori degli angoli di commutazione che rendono minima (o massima) una funzione delle ampiezze armoniche, come ad esempio il valore efficace complessivo delle armoniche di tensione, o il valore efficace complessivo della corrente nel circuito alimentato, o l'ampiezza della oscillazione di coppia in un motore alimentato dal convertitore.

Rispetto al metodo della sottooscillazione, il metodo degli angoli memorizzati ha il vantaggio di una grande flessibilità di impiego e si presta alla ricerca di soluzioni ottimizzate con un numero più limitato di transizioni. E' infatti possibile agire in maniera selettiva sulle varie armoniche eliminando quelle ritenute più dannose per la specifica applicazione. Ad esempio in applicazioni ferroviarie esistono bande di frequenza proibite per evitare interferenze con gli impianti di segnalamento. La selettività del metodo risulta particolarmente efficace nei sistemi trifase in cui le armoniche di ordine tre e multipli non hanno effetto sulle tensioni concatenate per cui non vi è la necessità di eliminarle.

4.5 Tecnica di modulazione trifase Space Vector

Si descrive in questa sezione come è strutturato un modulatore a larghezza di impulsi per un inverter a tensione impressa basato sulla tecnica denominata Space Vector Modulation (SVM).

Questa tecnica, a differenza dei metodi classici quali la sottooscillazione o sue varianti, si basa sul controllo del comportamento globale del sistema trifase e non sul controllo separato di ciascuna fase. Inoltre risulta di più facile implementazione su di un microprocessore; non

necessita della ricerca di intersezioni tra un segnale a priori incognito e la portante triangolare e consente di ottenere un incremento del campo di linearità tra i valori desiderati ed i valori effettivi di tensione d'uscita, nonché lo spostamento delle armoniche più significative di tensione verso valori di frequenza più elevati.

Come noto, un inverter trifase può assumere solo 8 diversi stati di conduzione caratterizzabili da una terna di bit. Lo stato '1' del bit significa che l'interruttore statico connesso alla polarità positiva del DC Bus di alimentazione è chiuso mentre quello inferiore (connesso alla polarità negativa) è aperto, '0' viceversa significa che il medesimo interruttore superiore è aperto e che quello inferiore è chiuso.

L'inverter trifase può essere agevolmente rappresentato mediante lo schema di Figura 4-15

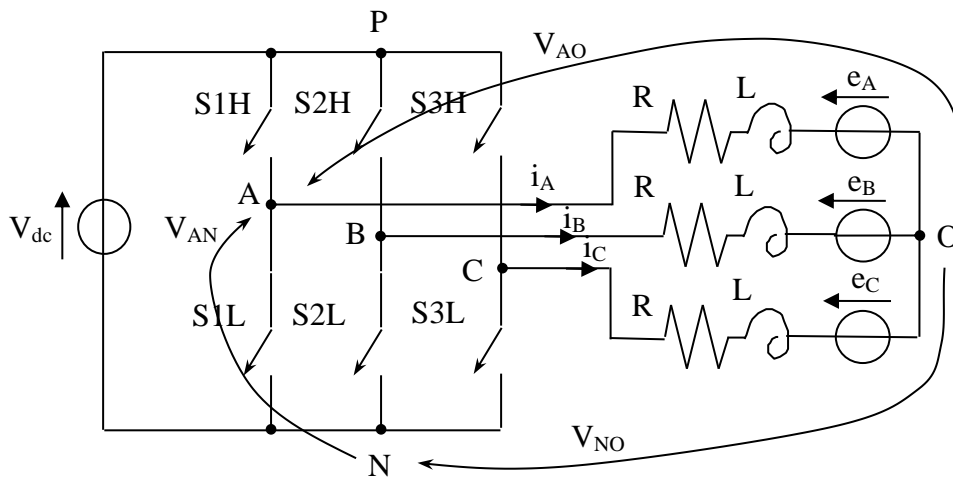


Figura 4-15: Inverter trifase con interruttori statici ideali

Di seguito viene riportata la tabella che evidenzia i vari stati di conduzione ed i corrispondenti valori delle tensioni più significative e le tensioni di Park (o dei fasori spaziali) su assi fissi.

Si ricorda che la trasformazione di Park su assi fissi (formula del fasore spaziale) è :

$$\bar{v} = v_{\alpha} + jv_{\beta} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \left(v_{AO} + \alpha v_{BO} + \alpha^2 v_{CO} \right) \quad \text{con } \alpha = e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

ma poiché la somma delle tensioni di fase riferite al centro stella O è nulla, si ha

$$v_{\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} v_{AO}$$

$$v_{\beta} = \frac{1}{\sqrt{2}} (v_{BO} - v_{CO}) = \frac{1}{\sqrt{2}} (2v_{BO} + v_{AO})$$

| stato conduz. | ABC | Tensione di Polo | | | Tensione di fase | | | Tensione di Park | |
|------------------|-----|---------------------|-----|-----|---------------------|---------|---------|--------------------------|------------------|
| | | VAN | VBN | VCN | VAO | VBO | VCO | V α | V β |
| 0 | 000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 100 | Vdc | 0 | 0 | 2Vdc/3 | -Vdc/3 | -Vdc/3 | Vdc $\sqrt{2}/\sqrt{3}$ | 0 |
| 6 | 110 | Vdc | Vdc | 0 | Vdc/3 | Vdc/3 | -2Vdc/3 | Vdc/ $\sqrt{6}$ | Vdc/ $\sqrt{2}$ |
| 2 | 010 | 0 | Vdc | 0 | -Vdc/3 | 2Vdc/3 | -Vdc/3 | -Vdc/ $\sqrt{6}$ | Vdc/ $\sqrt{2}$ |
| 3 | 011 | 0 | Vdc | Vdc | -2Vdc/3 | Vdc/3 | Vdc/3 | -Vdc $\sqrt{2}/\sqrt{3}$ | 0 |
| 1 | 001 | 0 | 0 | Vdc | -Vdc/3 | -Vdc/3 | 2Vdc/3 | -Vdc/ $\sqrt{6}$ | -Vdc/ $\sqrt{2}$ |
| 5 | 101 | Vdc | 0 | Vdc | Vdc/3 | -2Vdc/3 | Vdc/3 | Vdc/ $\sqrt{6}$ | -Vdc/ $\sqrt{2}$ |
| 7 | 111 | Vdc | Vdc | Vdc | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Gli stati '0' e '7' che corrispondono rispettivamente a valvole superiori tutte aperte e a valvole superiori tutte chiuse, sono detti 'stati inattivi' dato che il vettore di Park delle tensioni corrispondente ha modulo nullo. Negli altri casi il vettore di Park ha modulo pari a $\sqrt{\frac{2}{3}}Vdc$.

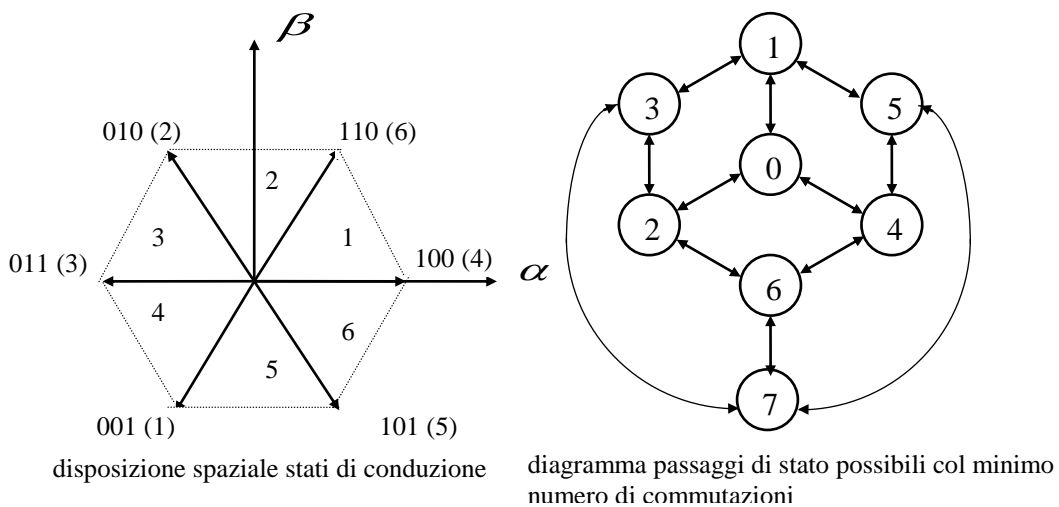


Figura 4-16

Allo scopo di minimizzare il numero di commutazioni delle valvole dell'inverter, è conveniente adottare la sequenza di stati di conduzione in modo tale che la transizione da uno stato al successivo avvenga mediante la commutazione di una sola fase dell'inverter. La Figura 4-16 mostra come ogni stato di conduzione attivo sia adiacente a tre altri stati di cui due sono attivi e 'distanti' sul piano complesso $\pm 60^\circ$ dallo stato considerato.

Le osservazioni fin qui svolte forniscono la base teorica della tecnica di modulazione detta 'space vector'. In un periodo di commutazione, il riferimento di tensione fornito dal controllo dell'inverter viene considerato costante ed è rappresentato sul piano di Park da un fasore spaziale costante il quale, in generale, non coinciderà (se non in casi particolari) con nessuno degli stati che l'inverter è in grado di fornire.

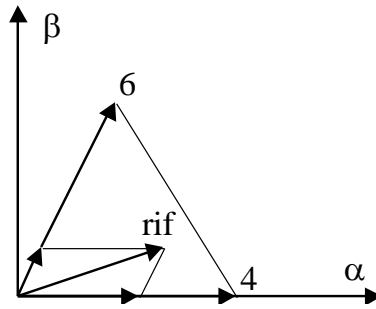


Figura 4-17

Sarà però possibile realizzare il valore medio (nel periodo di commutazione) applicando i due vettori che definiscono il settore nel quale il vettore di riferimento è contenuto. Basterà applicare i due vettori (nell'esempio i vettori '4' e '6') per un tempo proporzionale alle proiezioni del riferimento stesso su di essi ed il vettore nullo nel restante tempo. La somma dei tre tempi deve dare il tempo di commutazione.

Nell'esempio di Figura 4-17 si ha che le proiezioni del vettore di riferimento sugli stati attivi che definiscono il sestante in questione sono:

$$v_{\alpha 4} = \sqrt{\frac{2}{3}} V_{dc}$$

$$v_{\beta 4} = 0$$

$$v_{\alpha 6} = \frac{1}{\sqrt{6}} V_{dc}$$

$$v_{\beta 6} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_{dc}$$

Durante l'intervallo di commutazione T_c , i valori medi V_α e V_β delle componenti v_α e v_β risultano:

$$V_\alpha = \frac{1}{T_c} \left(\sqrt{\frac{2}{3}} t_4 + \frac{1}{\sqrt{6}} t_6 \right) V_{dc}$$

$$V_\beta = \frac{1}{T_c} \frac{1}{\sqrt{2}} t_6 V_{dc}$$

dove con t_4 e t_6 sono indicati rispettivamente i tempi di applicazione dei vettori '4' e '6'.

Le precedenti equazioni, risolte rispetto a t_4 e t_6 forniscono i seguenti risultati:

$$t_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{3} V_\alpha - V_\beta \right) \frac{T_c}{V_{dc}}$$

$$t_6 = \sqrt{2} V_\beta \frac{T_c}{V_{dc}}$$

in cui ponendo:

$$h_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{V_\alpha}{V_{dc}} T_c$$

$$h_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{V_\beta}{V_{dc}} T_c$$

si ha:

$$t_4 = h_1 - h_2$$

$$t_6 = 2h_2$$

Il tempo di applicazione del vettore nullo risulta quindi essere:

$$t_0 = Tc - t_4 - t_6$$

Il vettore nullo può essere realizzato sia tramite il vettore '0' (adiacente allo stato '4') che col vettore '7' (adiacente allo stato '6'). La distribuzione del tempo t_0 tra questi due stati influenza lo spettro della tensione ed il campo di linearità tra i valori desiderati e quelli ottenuti. E' possibile dimostrare che il risultato ottimale è raggiungibile, per bassi indici di modulazione, quando gli stati '0' e '7' hanno pari durata e, per alti indici di modulazione, quando uno solo dei due stati è applicato.

Nel seguito si farà riferimento alla soluzione 'classica' che prevede l'attribuzione di pari durata a entrambi gli stati inattivi.

Per gli altri settori, il calcolo dei tempi viene eseguito in maniera analoga.

Si noti inoltre che h_1 e h_2 consentono di definire in maniera semplice e univoca il settore in cui il vettore di riferimento è contenuto. Con semplici considerazioni trigonometriche è possibile comporre la seguente tabella che facilita enormemente l'implementazione su di un microprocessore. Infatti non occorre eseguire calcoli trigonometrici per la determinazione del sestante ma basta implementare dei semplici confronti.

| Settore | Angolo | Stati attivi | Condizioni | Intervalli |
|---------|-----------|--------------|-----------------------------------|---|
| 1 | 0°-60° | 4-6 | $h_2 > 0$ $h_1 > h_2$ | $t_4 = h_1 - h_2$ $t_6 = 2h_2$ $t_0 = Tc - t_4 - t_6$ |
| 2 | 60°-120° | 6-2 | $h_2 \geq h_1$ $h_2 \geq -h_1$ | $t_2 = -h_1 + h_2$ $t_6 = h_1 + h_2$ $t_0 = Tc - t_2 - t_6$ |
| 3 | 120°-180° | 2-3 | $h_2 > 0$ $h_2 < -h_1$ | $t_2 = 2h_2$ $t_3 = -h_1 - h_2$ $t_0 = Tc - t_2 - t_3$ |
| 4 | 180°-240° | 3-1 | $h_2 \leq 0$ $h_2 > h_1$ | $t_3 = -h_1 + h_2$ $t_1 = -2h_2$ $t_0 = Tc - t_3 - t_1$ |
| 5 | 240°-300° | 1-5 | $h_2 \leq h_1$ $h_2 \leq -h_1$ | $t_5 = h_1 - h_2$ $t_1 = -h_1 - h_2$ $t_0 = Tc - t_5 - t_1$ |
| 6 | 300°-360° | 5-4 | $h_2 \leq 0$ $h_2 > -h_1$ | $t_5 = -2h_2$ $t_4 = h_1 + h_2$ $t_0 = Tc - t_5 - t_4$ |

Sequenze e durate dei subintervalli (*facoltativo*)

Nella realizzazione pratica si normalizza il valore dei riferimenti di tensione rispetto al valore nominale della tensione del DC bus.

Allo scopo di rimuovere l'ambiguità circa quale dei due stati adiacenti debba essere applicato per primo, è opportuno eseguire la stessa sequenza in senso inverso in modo da realizzare un intervallo simmetrico di ampiezza $T = 2 \cdot Tc$.

Relativamente al primo sestante, la sequenza opportuna è la seguente:

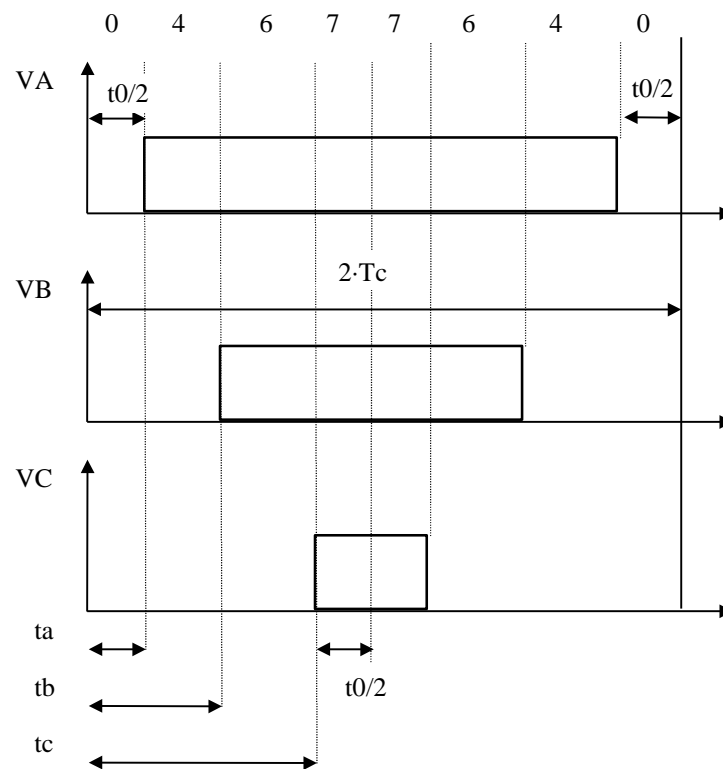


Figura 4-18 modulazione centrata e simmetrica

Tali forme d'onda sono facilmente ottenibili facendo il confronto tra un'onda triangolare di frequenza (pari alla frequenza di commutazione delle valvole) $f_s = 1/T = 1/(2 \cdot T_c)$ con tre segnali opportuni t_a , t_b e t_c .

Nella Figura 4-19 sono visibili anche come vengono generati gli istanti di accensione e spegnimento delle diverse valvole dell'inverter.

Le accensione delle valvole inferiori sono temporalmente complementari rispetto a quelle superiori. E' comunque necessario introdurre un tempo morto tra lo spegnimento di una valvola e l'accensione della valvola complementare dello stesso ramo il tutto per evitare accensioni contemporanee che potrebbero causare dei corto circuiti con danneggiamento dei dispositivi.

Adottando la sequenza di stati sopra descritta si hanno due commutazioni per valvola per ogni periodo T e quindi la frequenza di commutazione risulta $f_s = 1/T$ (dove $T = 2T_c$).

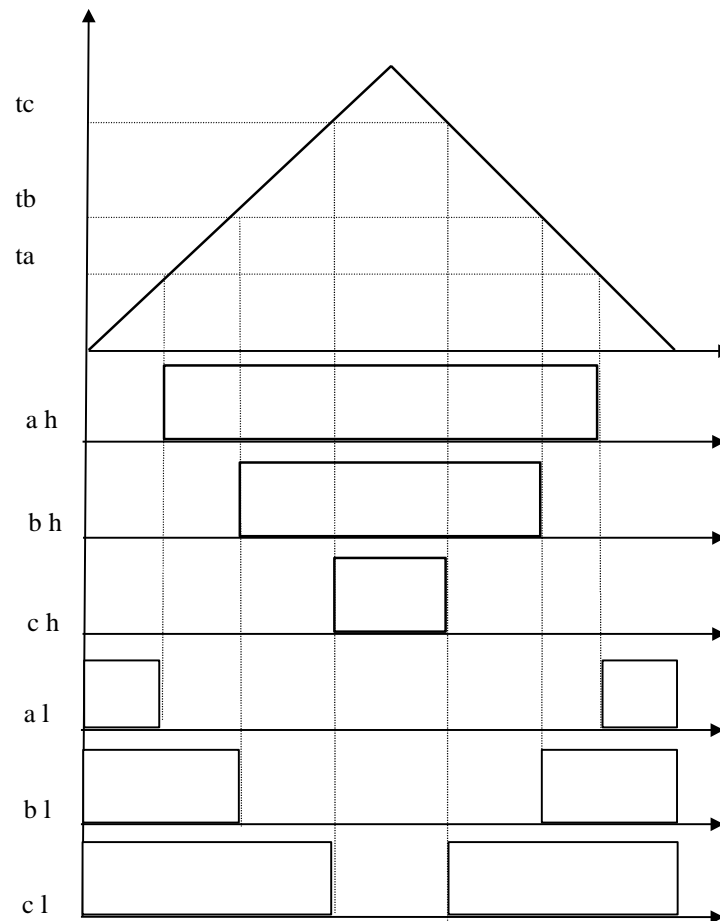


Figura 4-19 Generazione degli istanti di accensione e spegnimento valvole

Di seguito viene riportata la tabella col calcolo dei tempi e dei riferimenti. (facoltativo)

| Sestante | Angolo | Stati attivi | Condizioni | Intervalli | Riferimenti |
|----------|-----------|--------------|-----------------------------------|--|---|
| 1 | 0°-60° | 4-6 | $h_2 > 0$ $h_1 > h_2$ | $t_4 = h_1 - h_2$ $t_6 = 2h_2$ $t_0 = T_c - t_4 - t_6$ | $t_a = t_0/2$ $t_b = t_0/2 + t_4$ $t_c = t_0/2 + t_4 + t_6$ |
| 2 | 60°-120° | 6-2 | $h_2 \geq h_1$ $h_2 \geq -h_1$ | $t_2 = -h_1 + h_2$ $t_6 = h_1 + h_2$ $t_0 = T_c - t_2 - t_6$ | $t_a = t_0/2 + t_2$ $t_b = t_0/2$ $t_c = t_0/2 + t_2 + t_6$ |
| 3 | 120°-180° | 2-3 | $h_2 > 0$ $h_2 < -h_1$ | $t_2 = 2h_2$ $t_3 = -h_1 - h_2$ $t_0 = T_c - t_2 - t_3$ | $t_a = t_0/2 + t_2 + t_3$ $t_b = t_0/2$ $t_c = t_0/2 + t_2$ |
| 4 | 180°-240° | 3-1 | $h_2 \leq 0$ $h_2 > h_1$ | $t_3 = -h_1 + h_2$ $t_1 = -2h_2$ $t_0 = T_c - t_3 - t_1$ | $t_a = t_0/2 + t_1 + t_3$ $t_b = t_0/2 + t_1$ $t_c = t_0/2$ |

| | | | | | |
|---|---------------|-----|-------------------------------|--|--|
| 5 | 240°- 300° | 1-5 | $h2 \leq h1$ $h2 \leq -h1$ | $t5 = h1 - h2$ $t1 = -h1 - h2$ $t0 = Tc - t5 - t1$ | $ta = t0/2 + t1$ $tb = t0/2 + t1 + t5$ $tc = t0/2$ |
| 6 | 300°- 360° | 5-4 | $h2 \leq 0$ $h2 > -h1$ | $t5 = -2h2$ $t4 = h1 + h2$ $t0 = Tc - t5 - t4$ | $ta = t0/2$ $tb = t0/2 + t4 + t5$ $tc = t0/2 + t4$ |

Riassumendo, la tecnica dello ‘space vector’ consiste semplicemente nell’ eseguire una trasformazione di Park ad assi fissi (formula del fasore spaziale) del riferimento di tensione. Le componenti del fasore, tramite calcoli algebrici elementari forniscono l’ informazione sul settore in cui si trova il vettore e i segnali di riferimento da comparare con la portante triangolare a frequenza opportuna. Con la comparazione si ottengono direttamente i comandi delle valvole dell’ inverter.

I limiti di tale tecnica sono facilmente riconoscibili guardando la Figura 4-20. Si supponga che il riferimento sia sull’ esagono definito della tensioni dell’ inverter. I segmenti contrassegnanti con un piccolo cerchio sono tutti uguali tra loro (in ampiezza). Poiché $|v_4| = |V_{100}| * t_4 / T$ e $|v_6| = |V_{110}| * t_6 / T$ e $|V_{100}| = |V_{110}| = \sqrt{\frac{2}{3}} V_{dc}$, guardando il segmento orizzontale in basso si nota che $|v_4| + |v_6| = |V_{100}|$ cioè che $|V_{100}| * t_4 / T + |V_{110}| * t_6 / T = |V_{100}|$. Ciò significa che $t_4 + t_6 = T$ e $t_0 = 0$. Uscire dall’ esagono vorrebbe dire $t_0 < 0$, ma ciò è impossibile.

La tecnica di modulazione SVM permette quindi di realizzare qualunque riferimento di tensione all’ interno dell’ esagono (Figura 4-21).

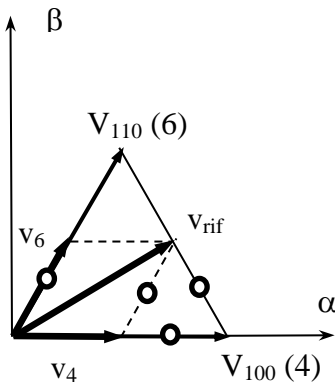


Figura 4-20

Il limite dell’ indice di modulazione per restare all’ interno della sinusoidalità è 0.9556 e corrisponde ad operare nel cerchio inscritto all’ esagono i cui vertici sono formati dai sei vettori di Park della Figura 4-21.

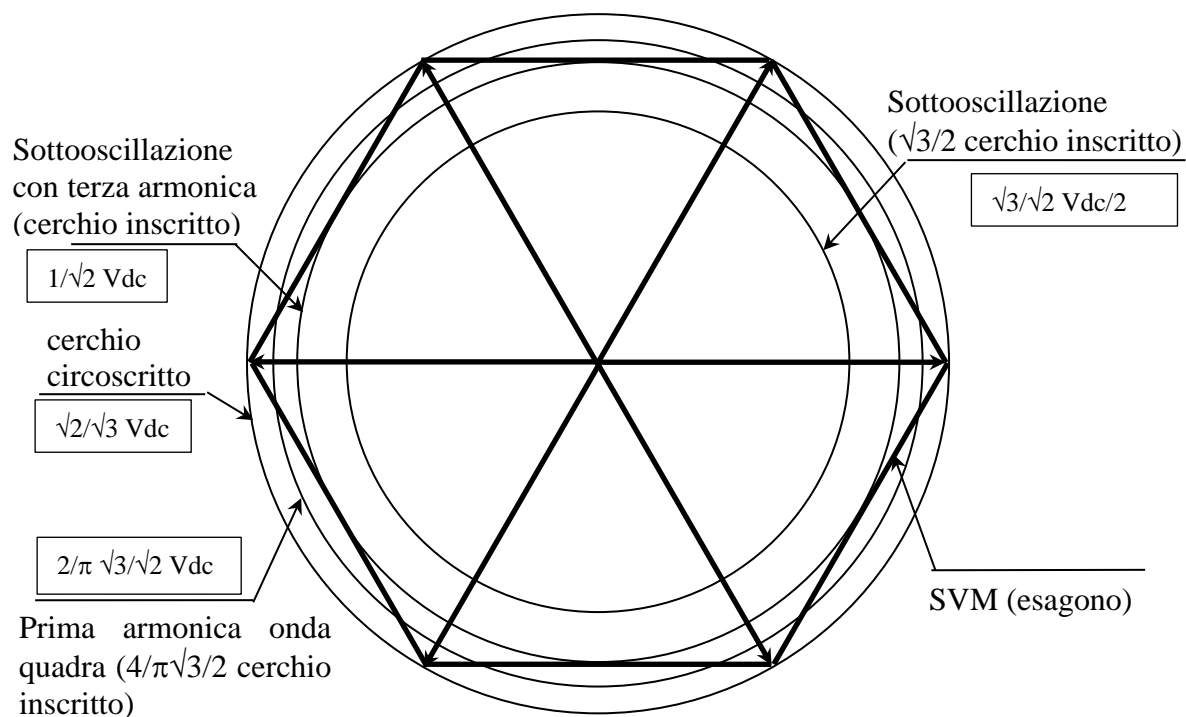


Figura 4-21 Campo di operatività inverter